

Aðfararorð

Fyrir um þremur áratugum var nemandi á fyrsta ári í Menntaskólanum á Akureyri staddur í bókabúð þar í bæ. Erindið var að kaupa námsbækur vetrarins. Þar á meðal var ein all sérstök og kallaðist hún einfaldlega logaritmatöflur. Er búðareigandi var spurður eftir þessari bók var svarið. „Við seljum þær ekki hér, þú getur prófað í apótekinu“. Þessi saga er rifjuð upp hér til að minna á að ekki er svo langt síðan tölvur fóru að ryðja sér til rúms í samfélagi okkar. En það voru vasareiknar sem leystu logaritmatöflurnar og reiknistokkana af hólmi. Á þessum árum hafa líka orðið gríðarlegar breytingar á öllum þáttum þjóðlífsins. Og þar á tæknin með aukinni tölvunotkun kannski einna stærstan þátt. Störf hafa breyst, tæknin kemur víðast hvar við sögu á einhvern hátt. Og störfum fyrir lítt tæknikunnandi einstaklinga hefur fækkað og þykja ekki eftirsóknarverð. Öðru máli gegnir um þá sem búa yfir mikilli tæknikunnáttu, þeir og störf þeirra þykja áhugaverð og bjóða upp á hærri laun og betri vinnuaðstöðu. Þrátt fyrir ákveðinn samdrátt í samfélagi okkar nú um stundir, mun nýting og markviss notkun á tölvum og hugbúnaði, án efa vaxa og eflast í náinni framtíð. Tæknin er komin til að vera.

Nýting tölvutækni í stærðfræði

Eitt af meginmarkmiðum grunnskólans er að búa nemendur undir líf og starf í þjóðfélaginu. Beiting upplýsinga- og tölvutækni er verklag sem setur mikið og vaxandi mark á allar greinar þjóðlífsins. Skólinn hefur brugðast við þessu að einhverju leiti en betur má ef duga skal og þarf nám og kennsla að taka ríkara mið af nýjum kennsluháttum . Í aðalnámskrá grunnskóla (stærðfræðihluta 2006) segir: „Leggja ætti áherslu á myndræna framsetningu með því að nota teikningar, myndbönd, grafískar reiknivélar og tölvuforrit til að skýra stærðfræðileg hugtök og auðvelda nemendum að tjá sig á myndrænan hátt. ” Ennfremur að: „tölvur og reiknivélar verði virk hjálpartæki í kennslunni. Nota má tilbúin forrit til að varpa nýju ljósi á og þróa nýjar leiðir að stærðfræðilegu innihaldi. Huga verður að því að námsefninu sé þannig hagað að nemendum sé ávinningur í að nota reiknivélar og tilbúinn hugbúnað til að auka skilning og fjölbreytni. Tæknin sparar nemendum tíma, auðveldar þeim vinnuna og gefur kost á meiri nákvæmni en ella. Þá þarf einnig að gæta þess að lögð sé rækt við leikni í algebruaðgerðum og getu til að meta og áætla og tæknibúnaðurinn sé nýttur til að styrkja kennslu í þeim þáttum. ”

Af framansögðu sést glögglega að notkun forrits eins og GeoGebru fellur mjög vel að hugmyndum um fjölbreytta kennsluhætti í stærðfræði, eflir skilning nemenda, eykur nákvæmni og sparar tíma. Það er auðvitað í valdi kennara að velja þær leiðir að markmiðum greina, þar með talið stærðfræði, sem gera hvort tveggja í senn, að efla þekkingu og færni nemenda í viðkomandi grein. Ekki er síður mikilvægt um leið að auka reynslu þeirra og færni í þeim vinnubrögðum sem heppilegust þykja hverju sinni.

Tölvutæknin getur haft mikil áhrif á nám og kennslu í stærðfræði. Hinir miklu möguleikar sem tæknin býður upp á gera það að verkum að nemendur geta tileinkað sér stærðfræðina á dýpri hátt og öðlast meiri skilning á mörgum sviðum hennar. Samt ætti það að nýta tölvutæknina ekki að vera viðbót við hefðbundið nám, heldur þarf að endurskoða hvað nemendur þurfa að tileinka sér í breyttum heimi og líka hvernig þeir fara að því að læra stærðfræði með tölvutæknina sem eðlilegan hluta í námi sínu (Principles and Standard for School Mathematics. 2000. Bls. 25 og Green, Bowling o.fl. 2000). Þannig á að nýta tölvutæknina með öllum sínum möguleikum sem sjálfsagt hjálpartæki þar sem það hentar.

Sömuleiðis getur tölvutæknin komið nemendum sem standa höllum fæti í stærðfræði að miklum notum. Tæknin gefur þeim aukna möguleika til að fara aðrar leiðir í námi sínu heldur en hefðbundnar aðferðir en skilar þeim að lokum viðlíka kunnáttu og öðrum jafnöldrum þeirra (Principles and Standard for School Mathematics. 2000. Bls. 25).

Stærðfræði með GeoGebru

Af framansögðu má vera ljóst að nýting tölvuforrita eins og Geometer's Sketchpad og GeoGebru ætti að vera sjálfsagður hlutur í námi og kennslu í stærðfræði. Við nefnum Geometer's Sketchpad hér til sögunnar þar sem við höfum reynslu af að nota það forrit í kennslu með nemendum með góðum árangri. En ókostir Geometer's Sketchpad er auðvitað kostnaðurinn sem strax verður umtalsverður eigi að kaupa notendaleyfi fyrir marga nemendur. Þar koma kostir opins hugbúnaðar greinilega í ljós, allir geta nálgast GeoGebru sér að kostnaðarlausu og nýtt að vild. Auk þess sem öflugt

notendasamfélag hefur myndast á Wiki vefnum þar sem kennsluefni og hugmyndum er dreift og er öllum aðgengilegt. Enda er það nýtt við gerð kennsluefnisins sem er hluti þessa verkefnis.

Hér er rétt að hafa í huga að eiginleikar tölvuforrits eins og GeoGebru nýtast betur á sumum sviðum stærðfræðinnar en öðrum. Kostirnir koma best fram þegar viðfangsefni tengja saman stærðfræðileg fyrirbæri og myndræna framsetningu þeirra. Gott dæmi um slíkt er þegar nemendur fást við flatarmyndir af ýmsum toga og einnig þrívíð form. Að sjá hlutina fyrir sér hjálpar oft að öðlast skilning á þeim. Að tengja saman formúlur fyrir yfirborðsflatarmál sívalnings við mynd af sívalningnum sjálfum gerir það mun líklegra að nemandi sjái hvaða upplýsingar þurfa að liggja fyrir svo hægt sé að reikna yfirborðsflatarmálið. Það minnkar einnig líkurnar á því að rugla saman möttli sívalningsins og rúmmáli hans eins og oft vill henda.

Ýmis fleiri verkefni væri hægt að tilgreina um hagnýtingu GeoGebru en hér verður einungis eitt dæmi tekið til viðbótar. Viðfangsefnið er mjög klassískt en það er að leysa annarrar gráðu jöfnu til að finna rætur margliðu. Oftast er þetta gert annað hvort með þáttun eða notuð er ákveðin formúla til að finna ræturnar. Nokkuð oft virðist sem nemendur skilji ekki tengslin milli þáttunarinnar, þess að finna ræturnar og því hvernig graf jöfnunnar lítur út. Ástæðan kann að vera sú að vinna nemenda er öll á abstrakt stigi. Þeir sjá ekki fyrir sér hvað gerist ef ákveðnum stærðum í jöfnunni er breytt. Þarna gæti Geogebra einmitt komið til sögunnar. Auðvelt er að setja formúlu annarrar gráðu jöfnu inn í forritið og fá síðan fram graf þeirrar jöfnu á skjáinn. Síðan geta nemendur stækkað og minnkað ákveðna hluta myndarinnar og skoðað tiltekna punkta. Það ætti að auðvelda nemendum

mjög að ná tökum á því viðfangsefni þegar þeir fást við að finna núllstöðvar margliða. (Guðbjörg Pálsdóttir og Guðný Helga Gunnarsdóttir. 2008. Bls. 13). Síðan geta nemendur breytt gildum í jöfnunni og sjá þá greinilega hvernig grafið breytist. Með þessu móti er hægt að tengja saman fleiri atriði í eina heild, heild sem eflir skilning nemenda á hugtökum sem við sögu koma.

Með þetta í huga sjáum við ýmsa möguleika á að nýta GeoGebru í stærðfræðikennslu. Kennari getur t.d. nýtt sér tilbúnar skrár til sýna nemendum þau viðfangsefni sem þeir eru að glíma við s.s. eins og yfirborðflatarmál sívalnings. Þannig er á þægilegan máta hægt að teikna upp góðar skýringarmyndir og sýna hvernig ákveðnar breytur hafa áhrif á myndirnar. Með því öðlast nemendur betri skilning og er mjög til hægðarauka fyrir kennarann í stað þess að hann reyni að teikna upp fjöldann allan af myndum til skýringa. Mikið er til af tilbúnum skráum sem kennarinn getur nýtt sér eftir hentugleika og eins getur hann sjálfur útbúið skrár ef það hentar betur.

En Geogebra býður upp á meira en að kennarar nýti forritið eingöngu til að skýra út með myndum það sem fengist er við á hverjum tíma. Eftir smá leiðbeiningar ættu nemendur að vera tilbúnir að glíma við einföld verkefni og í leiðinni þjálfast þeir í að nota forritið. Þannig geta nemendur sjálfir skoðað áhrif ýmissa breyta. Við teljum það mikilvægt að nemendur fái að spreyta sig sjálfir og vinna með forritið. Í byrjun leysa þeir einföld verkefni með mjög skýrum fyrirmælum. Með aukinni færni er svo hægt að fela þeim flóknari verkefni þar sem þeir þurfa að finna leiðina að lausninni sjálfir.

Við val og gerð viðfangsefna þeirra sem eru meginhluti þessa verkefnis er stuðst við bókaflokkinn 8 – tíu, útgefnum af Námsgagnastofnun á s.l. árum. Í kennsluleiðbeiningum sem fylgja námsefninu er bent á að Geogebra sé hentugt hjálpartæki. (Guðbjörg Pálsdóttir og Guðný Helga Gunnarsdóttir. 2008. Bls. 13). Einkum er horft til tveggja efstu árganganna, níunda og tíunda bekk. Þar kemur tvennt til. Annars vegar að þá er tölvufærni nemenda oftast meiri og því gert ráð fyrir að þeir verði tiltölulega fljótir að tileinka sér grunnþætti í að nota GeoGebru. Hins vegar hefur starfsvettvangur höfunda fyrst og fremst verið kennsla þessara efstu bekkja grunnskólans og því auðveldara að sjá hagnýtingu tölvuforrits eins og GeoGebru við stærðfræðina sem nemendur eru að fást við. Með því að tengja viðfangsefnin beint við ákveðinn bókaflokk er auðveldara að sjá hvaða stærðfræðilegu atriði nemendur þurfa að kunna skil á áður en þeir vinna að öðrum þáttum með GeoGebru sem hjálpartæki. Einnig auðveldar það að láta notkun á tölvutækninni vera sjálfsagðan hluta af námi í stærðfræðinni en ekki afmarkað verkefni sem nemendur upplifa lítt tengt stærðfræðinni og „er alls ekki til prófs!“ Þá gætu nemendur spurt sig, til hvers er þessi GeoGebra, er hún ekki bara óþarfa viðbót? Betra er þá að nýta tímann í annað. Þá er vænlegra til árangurs að mynda samfellu sem gerir það að verkum að nemendur líta á Geogebra sem gagnlegt hjálpartæki til að efla skilning sinn á stærðfræðinni og fara að spyrja kennara sinn; „getum við ekki notað GeoGebru í þetta? þá skil ég þetta betur!“

Þar sem GeoGebra er ókeypis er ekki eingöngu hægt að vinna með það í skólanum heldur geta nemendur hlaðið það niður heima hjá sér og unnið verkefni þar. Verkefnin sem nemendur fást við geta því ýmist verið þannig að þau leysa þau í skólanum eða sem heimaverkefni.

Verkefni geta annað hvort verið einstaklingsverkefni eða samvinnuverkefni þar sem nemendur hjálpast að. Með samvinnuverkefnum þjálfast nemendur líka í að ræða um stærðfræðileg vandamál sem þeir þurfa að leysa. Samræður nemenda um stærðfræði getur hjálpað þeim að öðlast betri skilning á viðfangsefnum.

Í GeoGebru er hægt að velja um mörg tungumál sem er augljós kostur og getur auðveldað verkefnavinnu nemenda sem ekki hafa íslensku sem móðurmál.

Verkefni sem við höfum útbúið eru ýmist þannig að nemendur skoða tilbúna skrár eða þeir þurfa sjálfir að teikna og síðan að skoða ýmsar breytur. Við hugsum verkefnavinnuna þannig að byrjað er á innlögn kennara og í kjölfarið komi svo umræður um efnið og helstu atriðin skoðuð með aðstoð GeogGebru. Næsta skref er svo að nemendur prófa að breyta stærðum og sjá hvað gerist. Þeir skoða bæði hvað gerist myndrænt og eins hvernig formúlur breytast. Í sumum verkefnum teikna nemendur sjálfir og prófa að gera breytingar. Á meðan nemendur eru að vinna verkefni, svara þeir spurningum um ákveðin efnisatriði og draga saman niðurstöður sínar í lokin. Þetta gera þeir ýmist munnlega eða skriflega. Það er líka hægt að hugsa sér að nemendur skili lausnum á tölvutæku formi og sendi kennara þær.

Tengsl við námsefnið 8 - tíu

Eins og áður hefur komið fram eru viðfangsefnin valin með hliðsjón af námsefninu 8 – tíu. Þótt verkefnunum sé raðað upp í ákveðna röð, er sem best hægt að taka þau í þeirri röð sem best hentar. Hér er valin sú leið að setja upp töflu og tilgreina hvaða kafla hvern bókar verkefnin tengjast. Það ætti að auðvelda vinnu kennara sem nýta vilja efnið í framtíðinni. Hugmyndin er að þetta efni verði gert aðgengilegt öllum þeim sem nýta vilja það í kennslu.

Kennslubækurnar sem um ræðir eru 8 – tíu, bækur 3 – 6.

Viðfangsefni	Vísanir í kennslubækur
1. Könnun á samhverfu í umhverfinu.	Kynningarefni á GeoGebru.
2. Teikna samsíða línur og rannsaka hornastærðir.	Bók 6. Kafli um horn
3. Könnun rúmmáls og yfirborðsflatarmáls strendinga.	Bók 5. Kafli um rúmfræði og algebru.
4. Könnun rúmmáls og yfirborðsflatarmáls þrístrendinga.	Bók 5. Kafli um rúmfræði og algebru.
5. Könnun rúmmáls og yfirborðsflatarmáls píramída.	Bók 5. Kafli um rúmfræði og algebru.
6. Könnun rúmmáls og yfirborðsflatarmáls keilu og sívalnings.	Bók 5. Kafli um rúmfræði og algebru.
7. Punktar og línur í hnitakerfi.	Bók 3. Kafli um jöfnur og gröf. Bók 4. Kafli um jöfnur. Bók 6. Kafli um algebru og jöfnur.
8. Könnun þríhyrninga.	Bók 4. Kafli um hyrninga og hringi.
9. Regla Pýþagórasar.	Bók 5. Kafli um Pýþagóras.
10. Könnun á fleygbogum.	Bók 4. Kafli um jöfnur. Bók 6. Kafli um algebru og jöfnur. Bók 6. Kafli um algebru.
11. Marghyrningar, hornafjöldi, stærð horna og hornasumma.	Bók 4. Kafli um hyrninga og hringi.
12. Ferilhorn og miðhorn.	Bók 4. Kafli um hyrninga og hringi.

Heimildaskrá

Prentaðar heimildir:

Aðalnámskrá grunnskóla, stærðfræði. 2006. Reykjavík.

Menntamálaráðuneytið.

Green Bowling, Lederman G. Norman og Niess L. Margaret. 2000.

„Technology for technology’s sake or for the improvement teaching and learning“. *School Science and Mathematics.* 100(7):345-348.

Principles and standards for school mathematics. 2000. National Council of Teachers of Mathematics. Reston, VA. NCTM.

Heimildir á Vefnum:

Guðbjörg Pálsdóttir og Guðný Helga Gunnarsdóttir. 2008. Kennsluleiðbeiningar 8 – tíu, bók 6. Reykjavík. Námsgagnastofnun. Skoðað 30. mars 2009.

http://www.nams.is/stae_ungl_stig/attatiltiu_6_klb.pdf