

Rúmfræðileg smíði & notkun skipana

Vinnublað 2

Judith and Markus Hohenwarter

www.geogebra.org

Íslensk þýðing: ágúst 2010

Þýðendur

Freyja Hreinsdóttir

Guðrún Margrét Jónsdóttir

Nanna Guðrún Hjaltalín

Vilhjálmur Þór Sigurjónsson

Íslensk þýðing var styrkt af Þróunarsjóði námsgagna, Vinnumálastofnun og Menntavísindasviði Háskóla Íslands.

Efnisyfirlit

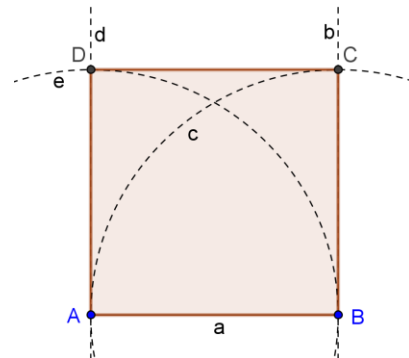
1.	Smíði fernings	2
2.	Smíði reglulegs sexhyrnings	3
3.	Umritaður hringur þríhyrnings	4
4.	Setning Palesar	5
5.	Snertill hrings	6
6.	Stuðlar 2. stigs margliðu kannaðir	9
7.	Rennistika notuð til að breyta stuðlum	10
8.	Áskorun dagsins: Stuðlar margliða	10
9.	Molar	11



1. Smíði fernings

Undirbúningur

- Opnið nýja GeoGebruskrá.
- Felið algebruglugga, inntaksreit og ása (*Skoða*).
- Breytið merkingastillingunni í *Nýja punkta eingöngu (Valkostir – Merkingar)*.



Leiðbeiningar

1		Línustrik AB milli tveggja punkta A og B
2		Hornrétt lína b á línustrik AB gegnum punkt B
3		Hringur c með miðju B gegnum punkt A
4		Skilgreinið skurðpunktinn C út frá hring c og hornréttri línu b
5		Hornrétt lína d á línustrik AB gegnum punkt A
6		Hringur e með miðju A gegnum punkt B
7		Skilgreinið skurðpunktinn D út frá hring e og hornréttri línu d
8		Búið til marghyrning $ABCD$ <u>Ábending:</u> Ekki gleyma að loka marghyrningnum með því að smella á punktinn A eftir að hafa valið punkt D .
9		Felið hringi og hornréttar línur
10		Notið dragprófið til að kanna hvort smíðin sé rétt

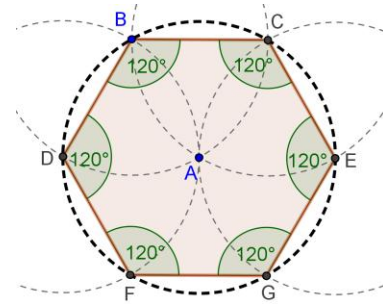
Áskorun: Getið þið fundið aðra leið til að smíða ferning?



2. Smíði reglulegs sexhyrnings

Undirbúningur

- Opnið nýja GeoGebruskrá.
- Felið algebruglugga, inntaksreit og ása (Skoða).
- Breytið merkingastillingunni í *Nýja punkta eingöngu (Valkostir – Merkingar)*.



Leiðbeiningar

1		Dragið hring c með miðju A gegnum punkt B
2		Dragið hring d með miðju B gegnum punkt A
3		Skertið hringina c og d til að fá hornpunktana C og D
4		Dragið hring e með miðju C gegnum punkt A
5		Skertið hringina e og c til að fá hornpunkt E
6		Dragið hring f með miðju E gegnum punkt A
7		Skertið hringina f og c til að fá hornpunkt F
8		Dragið hring g með miðju F gegnum punkt A
9		Skertið hringina g og c til að fá hornpunkt G
10		Teiknið sexhyrning $FGDBCE$
11		Felið hringi
12		Sýnið innri horn sexhyrningsins
13		Notið dragprófið til að kanna hvort smíðin sé rétt

Viðfangsefni: Reynið að útskýra þessa leið við myndsmíðina.

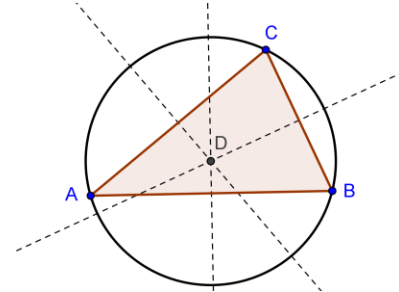
Ábending: Hver er geisli hringjanna og hvers vegna?



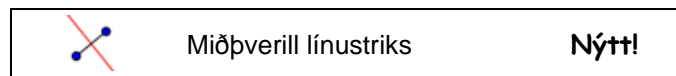
3. Umritaður hringur þríhyrnings

Undirbúningur

- Opnið nýja GeoGebruskrá.
- Felið algebruglugga, inntaksreit og ása (Skoða).
- Breytið merkingastillingunni í *Nýja punkta eingöngu* (Valkostir – Merkingar).



Kynning á nýju verkfæri



Ábending: Lesið stikuhjálp, ef ekki er ljóst hvernig á að nota verkfæri. Prófið öll ný verkfæri áður en byrjað er á smíði.

Leiðbeiningar

1		Þríhyrningur ABC
2		Miðþverill fyrir hverja hlið þríhyrningsins
3		Skurðpunktur tveggja miðþverla, D <u>Ábending:</u> Verkfærið <i>Skurðpunktur tveggja hluta</i> , er ekki hægt að nota á skurðpunkt þriggja lína. Veljið annaðhvort tvo af þremur miðþverlum, eða smellið á skurðpunktinn og veljið eina línu í einu úr listanum sem birtist.
4		Dragið hring með miðju D gegnum einn hornpunkta þríhyrnings ABC
5		Notið dragprófið til að kanna hvort smíðin sé rétt

Aftur í skólann...

Breytið myndsmíðinni til að svara eftirfarandi spurningum:

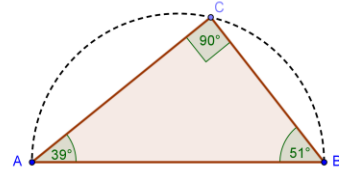
1. Getur ummiðja þríhyrnings legið utan þríhyrningsins? Ef já, fyrir hvaða gerðir þríhyrningsa gildir þetta?
2. Hver er ástæða þess að notaður er miðþverill til að finna ummiðju þríhyrnings?



4. Setning Palesar

Aftur í skólann...


Áður en byrjað er á þessari myndsmíð, er gott að skoða kvika vinnublaðið [Setning Palesar.html](#) til að sjá hvernig nemendur geta enduruppgötvað það sem Pales uppgötvaði fyrir 2600 árum.



Undirbúningur








- Opnið nýja GeoGebruskrá.
- Felið algebruglugga, inntaksreit og ása (Skoða).
- Breytið merkjastillingunni í *Nýja punkta eingöngu* (Valkostir – Merkingar).

Kynning á nýju verkfæri

	Hálfhringur gegnum tvo punkta <u>Ábending:</u> Hálfhringurinn snýr mismunandi eftir því í hvaða röð smeltt er á punktana.	Nýtt!
---	---	--------------

Ábending: Lesið stikuhjálp, ef óljóst er hvernig á að nota verkfæri. Prófið öll ný verkfæri áður en byrjað er á smíði.

Leiðbeiningar

1		Línustrik AB
2		Hálfhringur gegnum punkta A og B
3		Nýr punktur C á hálfhringnum
		<u>Ábending:</u> Athugið hvort C er á boganum með dragprófinu.
4		Búið til þríhyrning ABC rangsælis
5		Búið til innri horn þríhyrningsins ABC
		<u>Ábending:</u> Smellið í miðju þríhyrningsins.
6		Dragið punkt C til að gá hvort myndsmíðin sé rétt.

Viðfangsefni: Sannið þessa setningu með teikningu.

Ábending: Finnið miðpunkt O á línustriki AB og sýnið geislann OC sem línustrik.



5. Snertill hrings

Aftur í skólann...

Opnið kvika vinnublaðið [Snertlar_Hrings.html](#). Fylgið leiðbeiningum vinnublaðsins til að finna út hvernig á að smíða snertil hrings. Þið getið einnig skoðað GeoGebruskrána [Snertlar_hrings.ggb](#).

Smíði snertils við hring

1. Notið **örvahnappana** á myndinni fyrir neðan til að skoða smíðaferil snertils við hring.
2. Reynið að **smíða sjálf** í myndaglugganum til hægri.
3. Skriðið niður verkýsingu myndsmíðar og **útskýrið** hvert skref.

Move: Drag or select objects (Esc)

8 / 8

Hvað ef músin virkar ekki?

Hvernig er hægt að klára GeoGebruskrár fyrir kennslustundir morgundagsins ef músin bilar?

GeoGebra býður uppá algebrulegan innslátt og skipanir til viðbótar við rúmfræðiverkfærin. Hvert verkfæri á sér samsvarandi skipun og ætti þess vegna að vera hægt að nota það án músar.

Ath: GeoGebra hefur fleiri skipanir en verkfæri. Því á hver skipun sér ekki samsvarandi verkfæri!

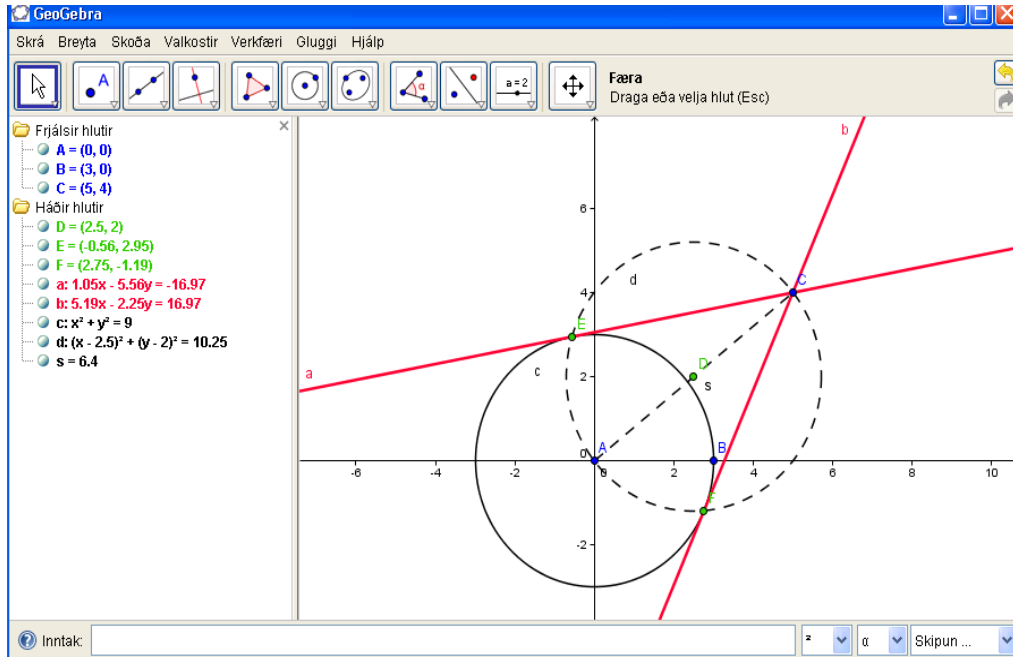
Viðfangsefni: Kannið skipanalistann við hlið inntaksreitsins og leitið að skipunum samsvarandi verkfærum sem þið hafið nú þegar kynnst.

Eins og sást í seinasta verkefni, er hægt að smíða snertil við hring með verkfærum. Næst er að gera það sama, eingöngu með innslætti á lyklaborð.



Undirbúningur

- Opnið nýja GeoGebruskrá.
- Sýnið algebrugluggann, inntaksreit og ása (Skóða)



Leiðbeiningar

1	$A = (0, 0)$	Búið til punkt A <u>Ábending:</u> Lokið svigum.
2	$(3, 0)$	Búið til punkt B <u>Ábending:</u> Ef nafn hluta er ekki tekið fram, koma þeir í stafrófsröð.
3	$c = \text{Hringur}[A, B]$	Hringur með miðju A gegnum punkt B <u>Ábending:</u> Hringur er háður hlutur

Ath: GeoGebra greinir á milli frjálsra og háðra hluta. Hægt er að breyta frjálsum hlutum með mús eða lyklaborði, en háðir hlutir breytast í samræmi við breytingar á þeim hlutum sem þeir eru háðir. Ekki skiptir máli hvernig hlutur var upphaflega búinn til!



Ábending 1: Virkjið \rightarrow *Færa* og tvísmellið á hlut í algebruglugganum til að breyta algebrulegri framsetningu hans með lyklaborðinu. Ýtið að lokum á Enter hnappinn.

Ábending 2: Hægt er að nota örvahnappana til að færa frjálsa hluti á nákvæmari hátt. Virkjið \rightarrow *Færa* og veljið hlut (t.d. frjálsan punkt) í hvorum glugganum sem er. Ýtið á upp/niður eða hægri/vinstri örvatakkanu til að færa hlutinn í þá átt sem óskað er.

4	$C = (5, 4)$	Punktur C
5	$s = \text{Línustrik}[A, C]$	Línustrik AC
7	$D = \text{Miðpunktur}[s]$	Miðpunktur D á línustrikinu AC
8	$d = \text{Hringur}[D, C]$	Hringur með miðju D gegnum punkt C
9	$\text{Skurðpunktur}[c, d]$	E og F , skurðpunktar hringjanna tveggja
10	$\text{Lína}[C, E]$	Snertill gegnum punkta C og E
11	$\text{Lína}[C, F]$	Snertill gegnum punkta C og F

Prófun og breyting á smíðinni

- Framkvæmið dragpróf til að kanna hvort myndsmíðin er rétt.
- Breytið eiginleikum hluta til að bæta framsetningu myndsmíðarinnar (til dæmis lit, línubýkkt, línugerð,...)
- Vistið myndsmíðina.



6. Stuðlar 2. stigs margliðu kannaðir

Aftur í skóla...

Í þessu verkefni eru áhrif stuðla á 2. stigs margliðu könnuð. Hér er sýnt hvernig hægt er að nota GeoGebru í „hefðbundinni“ kennslu til virks nemendamiðaðs náms.

Fylgið leiðbeiningum á vinnublaðinu og punktið niðurstöður og athuganir ykkar niður jafnóðum. Punktarnir nýtast svo við umræðu um verkefnið á eftir.

Stuðlar 2. stigs margliðu kannaðir

1. Opnið nýja *GeoGebruskrá*
2. Sláið inn $f(x) = x^2$ og ýtið á *Enter* hnappinn. Hvaða lögun hefur graf fallsins? Skrifnið svarið niður á blað.
3. Virkjið *Færa*, ljómið margliðuna í algebruglugganum og ýtið á **↑ upp** og **↓ niður örva hnappana**.
 - a. Hvaða áhrif hefur þetta á **graf** margliðunnar? Skrifnið niður athuganir ykkar.
 - b. Hvaða áhrif hefur þetta á **jöfnu** margliðunnar? Skrifnið niður athuganir ykkar.
4. Aftur í *Færa*, ljómið fallið í algebruglugganum og ýtið á **← vinstri** og **→ hægri örvalykla**.
 - a. Hvaða áhrif hefur þetta á **graf** margliðunnar? Skrifnið niður athuganir ykkar.
 - b. Hvaða áhrif hefur þetta á **jöfnu** margliðunnar? Skrifnið niður athuganir ykkar.
5. Virkjið *Færa*, tvísmellið á jöfnu margliðunnar. Notið lyklaborðið til að **breyta jöfnunni** í $f(x) = 3x^2$.
Ábending: Notið stjörnu eða bil til að margfalda.
 - a. Lýsið hvernig graf fallsins breytist.
 - b. Endurtakið **breytingar á jöfnunni** með því að slá inn mismunandi gildi fyrir stuðlana (til dæmis 0.5, -2, -0.8, 3). Skrifnið niður athuganir ykkar.




7. Rennistika notuð til að breyta stuðlum

Prófum kvikari leið við könnun á áhrifum stuðla á margliðuna $f(x) = a x^2$ með því að nota rennistiku til að breyta gildi stuðla.

Undirbúningur

- Opnið nýja GeoGebruskra
- Sýnið algebruglugga, inntaksreit og ása (*Skoða*)

Leiðbeiningar

1	Búið til breytuna $a = 1$
2	Sýnið breytuna a sem rennistiku í myndaglugganum. <u>Ábending:</u> þú þarft að hægrismella (MacOS: <i>Ctrl</i> -smella) á breytuna í algebruglugganum og velja <i>Sýna hlut</i> .
3	Sláðu inn 2. stigs margliðuna $f(x) = a * x^2$ <u>Ábending:</u> Ekki gleyma stjörnu $*$ eða bili milli a og x^2 .
4	 Búið til rennistiku b með <i>Rennistiku</i> verkfærinu. <u>Ábending:</u> Virkjið verkfærið og smellið á teikniborðið. Notið gefnar stillingar og smellið á <i>Beita</i> .
5	Sláið inn margliðuna $f(x) = a * x^2 + b$ <u>Ábending:</u> GeoGebra skrifar yfir gamla fallið með nýrri skilgreiningu.

8. Áskorun dagsins: Stuðlar margliða

Notið skrána sem búin var til í síðasta verkefni til þess að vinna að eftirfarandi viðfangsefnum:

- Breytið gildi stuðuls a með því að færa punktinn á rennistikunni með músinni. Hvaða áhrif hefur það á graf margliðunnar? Hvernig breytist fallið þegar stuðullinn er
 - stærri en 1,
 - milli 0 og 1, eða
 - neikvæður?
 Skrifuð niður niðurstöður ykkar.
- Breytið gildi stuðuls b . Hverning áhrif hefur það á graf margliðu?



- Búið til rennistiku fyrir nýjan stuðul c . Sláið inn 2. stigs margliðu $f(x) = a * x^2 + b * x + c$. Breytið gildi stuðuls c og finnið út hvernig áhrif það hefur á graf margliðunnar.

9. Molar


Grunnotkun GeoGebru

- Gerið lista yfir eiginleika rúmfræðilegu myndarinnar sem búa á til.
- Reynið að finna út hvaða GeoGebruverkfæri er hægt að nota til að smíða myndina út frá þessum eiginleikum (ef myndin á t.d. að hafa rétt horn gæti verkfærið *Hornrétt lína* hentað).
- Verið viss um að þekkja verkfærin áður en byrjað er á smíðinni. Ef þið vitið ekki hvernig á að nota ákveðið verkfæri, virkjið það og lesið stikuhjálpinu.
- Opnið nýja GeoGebruskra fyrir hvert verkefni, felið algebrugluggann, inntaksreit, og ása.
- Það borgar sig að vista skrárnar áður en byrjað er á nýju verkefni.
- Munið eftir *Hætta við* og *Endurgera* hnöppunum ef gerð eru mistök.
- Notið reglulega *Færa* verkfærið til að kanna hvort myndsmíðin sé í lagi (til dæmis hvort hlutir séu örugglega tengdir, hvort ónauðsynlegir hlutir séu á myndinni...).
- Leitið fyrst til félaga, áður en þið spyrjið kennarann.

Algebra og skipanir

- **Nefnið nýjan hlut** með því að slá inn $\text{nafn} =$ fyrir framan stæðu. Dæmi: $P = (3, 2)$ býr til punktinn P .
- **Margföldun** er framkvæmd með stjörnu eða bili milli þátta. Dæmi: $a * x$ eða $a \times$
- **GeoGebra gerir greinarmun á há-og lágstöfum!** Athugið:
 - Punktur eru alltaf nefndir með hástöfum
Dæmi: $A = (1, 2)$
 - Línustrik, línur, hringir, föll... eru ávallt nefnd með lágstöfum.
Dæmi: Hringur c : $(x - 2)^2 + (y - 1)^2 = 16$
 - Breytan x í falli og breytur x og y í jöfnu keilusniðs þurfa að vera lágstafir.
Dæmi: $f(x) = 3 * x + 2$
- Ef nota á **hlut innan stæðu** eða skipunar, þarf að búa hlutinn til áður en nafnið hans er notað í inntaksreitnum. Dæmi:
 - $y = m * x + b$ býr til línu með fyrirframgefnu gildunum m og b (t.d. tölur / rennistikur).
 - $\text{Lína}[A, B]$ býr til línu gegnum punktana A og B .



- **Staðfestið stæðu** sem sett er í inntaksreit með því að ýta á *Enter* hnappinn.
- **Opnið hjálpargluggann** fyrir inntaksreitinn og skipanir, með því að smella á spurningamerkið  vinstra megin við inntaksreitinn.
- **Villuboð:** Lesið skilaboðin – þau gætu hjálpað til að laga vandamálið!
- **Skipanir** er hægt að slá inn eða velja úr listanum við hlið inntaksreitsins.
Ábending: Ef þið vitið ekki hvað á að standa innan hornklofa einhverrar skipunar er hægt að ýta á *F1*. Sprettigluggi opnast þá með skýringum á skipuninni.
- **Sjálfvirk lúkning skipana:** Þegar tveir fyrstu stafir skipunar hafa verið slegnir inn í inntaksreitinn, reynir GeoGebra að klára skipunina.
 - Ef GeoGebra stingur upp á rétttri skipun, ýttu á *Enter* hnappinn til að færa bendilinn inn í hornklofana.
- Ef sjálfvirka uppástungan er ekki sú sem óskað er eftir, haltu þá áfram að slá inn þar til uppástungan passar.