Tölfræði I (09.10.45)

Vikublað 2

Efni annarrar og þriðju viku: 104.1 og 105.1 af kennsluvef, endað á aðhvarfsgreiningu og fervikagreiningu. Við ljúkum annarri viku með ýmsum t-prófum úr 105.1. Í bili tökum við sem gefið að $\bar{X}$ og $\sum_i \left(X_i - \bar{X}\right)^2 / \sigma^2$ séu óháð og það síðarnefnda sé χ^2-dreift, ef $X_1, \ldots, X_n$ eru óháðar og einsdreifðar, $n(\mu, \sigma^2)$.

Dæmi Skiladæmi eru merkt með störnu. Dæmum á að skila fyrir kl 12 nk þriðjudag í hólf kennara (eða sem pdf skjal í tölvupósti, á sama tíma).

1: Tiltekið rannsóknaferli skilar eftirfarandi talningum: 3 1 1 3 2 0 2 4 4 1 2. Reiknað er með að ferlið sem býr til þessi gögn megi nálga með Poisson hendingu, X. Reiknið meðaltal mælinganna og notið það sem forsendu (λ) í Poisson dreifingu. Reiknið líkindadreifingu X og setjið upp í töflu með tíðninni í gögnunum.

2: Alls voru tekin 12 tog með botnvörpu á tilteknum reit (númer 674) í rannsóknaleiðangri í mars árið 1985. Í þessum 12 togum fékkst eftirfarandi fjöldi þorska: 1216 98 34 46 228 97 85 151 407 112 43 103.

(a) Reiknið meðaltal og dreifni (variance) mælinganna.

(b) Hvaða samband ætti að gilda milli μ og σ^2 ef gögnin kæmu úr Poisson dreifingu?

(c) Benda $\bar{x}$ og s^2 til að þessi forsenda standist?

3: Látið $X_1 \sim b(n = 15, p = 1/6)$ og $X_2 \sim b(n = 15, p = 1/2)$.

(a) Reiknið líkurnar í hvoru tilviki fyrir sig, $P[X_1 = x]$, $P[X_2 = x]$ fyrir $x = 0, 1, 2, 3, 4$ og setjið upp í töflu.

(b) Reiknið þvínæst safntíðniritin, þ.e. $P[X_1 \leq x], x = 0, 1, \ldots 4$, $P[X_2 \leq x], x = 0, 1, \ldots 4$

(c) Bætið við 4 dálkum með Poisson nálgun að báðum líkindadreifingum og safntíðniritum.

(d) Bætið við 2 dálkum með normaldreifingarnálgun að báðum safntíðniritum.

Dragið ályktun um gæði nálgananna.

4*: Kastið krónupening fjórum sinnum og skráið fyrst röð skjaldarmerkja og krónu (S og K). Látum X tákna fjölda skjaldarmerkja og Y fjölda skjaldarmerkja á undan fyrstu krónu ($Y = 4$ ef ekki kemur króna). Setjið upp samlíkur X og Y og reiknið væntigildi X, Y, samdreifnu X og Y og fylgni hendinganna.

5: Tekið er slembiúrtak 7 þorska og lengd þeirra (x_i) mæld í cm: 63, 103, 78, 51, 76, 78, 92. Reiknið (a) meðaltal og staðalfrávik og (b) notið forsendu um normaldreifingu með $\sigma^2 = 20^2$ til að reikna 95% öryggismörk.

6: Tekið er slembiúrtak 9 þorska og lengd þeirra (x_i) mæld í cm: 50, 60, 63, 64, 69, 65, 46, 78, 65. Reiknið (a) meðaltal og staðalfrávik og (b) notið forsendu um normaldreifingu með $\sigma^2 = 20^2$ til að reikna 95% öryggismörk.

7: Notið gögnin í dæmi 5 til að prófa núlltilgátuna að raunveruleg meðallengd þorska á því svæði og tímabili sem sýnið var tekið sé (a) $\mu_0 = 70$ cm, þ.e. prófið $H_0 : \mu = 70$. Endurtakið með (b) $\mu_0 = 60$ cm. (Reiknið fyrst formlega hlutfallið $|\frac{\bar{x}-\mu_0}{\sigma/\sqrt{n}}|$ en athugið svo hvort niðurstöðu prófsins ber saman við, hvort μ_0 er innan öryggismarkanna í dæmi 1).

8: Notið gögnin í dæmi 6 til að prófa núlltilgátuna að raunveruleg meðallengd þorska á því svæði og tímabili sem sýnið var tekið sé (a) $\mu_0 = 70$ cm, þ.e. prófið $H_0 : \mu = 70$. Endurtakið með (b) $\mu_0 = 60$ cm. (Reiknið fyrst formlega hlutfallið $|\frac{\bar{x}-\mu_0}{\sigma/\sqrt{n}}|$ en athugið svo hvort niðurstöðu prófsins ber saman við, hvort μ_0 er innan öryggismarkanna í dæmi 2).

9: Auk venjulegra tvíhliða öryggismarka má reikna einhliða öryggismörk með því að nota sér að $P[Z > z_{1-\alpha}] = \alpha$. Ef aðeins er áhugi á að vita neðri mörk á meðaltali, þá fást neðri mörk með

$$\bar{x} - z_{1-\alpha}\sigma/\sqrt{n}.$$

Notið gögnin í dæmi 7 til að reikna neðri 95% öryggismörk á μ. Hvers vegna eru þessi mörk öðru vísi en neðri mörkin í dæmi 2?

10: Átta lömb voru vegin tvisvar að hausti með 11 daga millibili og sýndu eftirfarandi þunga í kg í hvort skipti:

Lamb nr	Fyrri þungi	Síðari þungi
1	36	35
2	34	35
3	32	35
4	24	27
5	31	32
6	38	40
7	29	30
8	38	39

a) Er marktækur munur a þunga lambanna eftir vigtardögum?

b) Finnið 95% öryggismörk fyrir breytinguna a meðalþunganum.

Gerið grein fyrir forsendum og núlltilgátum.

11*: Tveir flokkar áa, sinn undan hvorum hrút, fengu eftirtaldar einkunnir fyrir afurðahæfni.

Faðir:	1 (x)	2 (y)
	3.5	5.2
	5.0	4.8
	3.6	6.1
	4.7	4.6
	4.4	5.5
		5.0

Gefið er:

$$n = 5 \qquad m = 6 \tag{1}$$

$$\sum x = 21.2 \qquad \sum y = 31.2 \tag{2}$$

$$\bar{x} = 4.24 \qquad \bar{y} = 5.20 \tag{3}$$

$$\sum x^2 = 91.66 \quad \sum y^2 = 163.70 \tag{4}$$

a) Er marktækur munur a flokkameðaltölum?
b) Finnið 95% öryggismörk fyrir mismuninum a flokkameðaltölunum.
Gerið grein fyrir forsendum og núlltilgátum.

12: Síldarsýni gaf eftirfarandi mælingar á kyni (0=hrygnur, 1=hængar) og þyngd:

1	167
0	146
1	125
0	224
0	152
1	165
1	216
1	144
1	282
0	152
0	151
0	170
0	141
0	192
1	144
0	308
1	195
1	81
0	72
0	149

Prófið núlltilgátuna að kynin hafi sömu meðalþyngd.

13: Tvær tækjasamstæður (1 og 2) voru prófaðar við að pakka hundamat í pakka. Framleiðendur tækjanna höfðu prófað þau og komist að því að staðalfrávik vigtar sem tækin skammta væru $\sigma_1 = 2$ únsur og $\sigma_2 = 1.8$ únsur. Tækin voru nú sett upp saman og teknar tilviljanakenndar mælingar úr samstæðunum.

Tæki 1: 58, 57, 56, 58, 57, 58, 56, 62, 59

Tæki 2: 57, 58, 56, 56, 56, 57, 58, 59, 58

(a) Er unnt að fullyrða eitthvað um mun á tækjunum?

(b) Reiknið 95% öryggismörk á mismuninn á pakkningunum.

(c) Hvað ef ekki er hægt að treysta á matið á σ_1 og σ_2?

14: Reynslulausar rottur voru látnar hlaupa í gegnum völundarhús. Tíminn (s) sem þær notuðu var: 254, 197, 209, 208, 209, 211, 185, 198, 189, 162, 219, 253, 227, 221, 259, 206, 227, 136.

(a) Reiknið 95% öryggismörk fyrir væntanlegan tíma sem það tekur rottu að hlaupa í gegnum völundarhúsið.

(b) Reiknið mörk sem lýsa með 95% vissu á hvaða tíma næsta staka rotta hleypur um völundarhúsið.

15: Nokkrir bæir taka þátt í könnun á svínafóðri, A eða B. Svín eru sett tilviljanakennt í tvær stíur og svínum í hverri stíu gefið fóður A eða B.

Bær:	1	2	3	4	5
A	0.93	1.16	1.05	1.10	0.93
B	1.17	1.03	1.23	1.29	1.04

(a) Er marktækur munur á fóðurgerðum?

(b) Reiknið 95% öryggismörk á mismuninn.