

# Tölfræði I (09.10.45)

## Vikublað 3

**Efni þriðju og fjórðu viku:** 104.1 og 105.1 af kennsluvef, endað á aðhvarfsgreiningu og ferveikagreiningu.

**Dæmi** Skiladæmi eru merkt með störnu. Dæmum á að skila fyrir kl 12 nk þriðjudag í hólf kennara (eða sem pdf skjal í tölvupósti, á sama tíma).

**1\*:** Alls taka 59 nemendur próf í tölfræðinámskeiði. Allir nemendurnir hafa áður skilað heimaverkefnum á vefnum. Alls skiluðu 33 nemendi góðum heimaverkefnum og fengið háa einkunn en af þeim féll einn á prófinu<sup>1</sup>. Af þeim sem fengu lága einkunn fyrir heimaverkefni féllu 13.

Er marktækur munur útkomunni á prófinu hjá þeim sem fengu háa og lága vef-einkunn?

**2:** Kyn (1=hængar, 2=hrygnur) og kynþroski (1=ókyndroska, 2=kyndroska) á nokkrum ýsum var skráð.

Kyn	Kynþroski	Kyn	Kynþroski
1	2	2	2
2	2	1	2
2	2	1	2
1	2	1	2
1	1	2	1
2	2	2	2
1	2	2	2
1	2	1	1
2	2	1	2
2	2	2	2
2	1	1	2
1	1	2	2
2	2	2	2
1	2	1	2
2	2	1	2
1	2	1	2
1	2	2	2
2	2	2	2

(a) Prófið núlltilgátuna að kynþroskahlutfall kynjanna sé hið sama á þeim stað og tíma sem sýnið var tekið.

(b) Prófið núlltilgátuna að kynjahlutfallið sé jafnt.

**3:** Eftirlitsmaður frá neytendasamtökum fór inn í búð til að meta magn í pökkum af þvottaefni. Hún velur tiltekið þvottaefni þar sem gefið er upp að 20 únsur séu í hverjum pakka. Hún tekur 60 pakka tilviljanakennt úrtak, vigtar innihald hvers pakka og kemst að því að í 6 pökkum var innihaldið minna en 20 únsur en í hinum meira en 20 únsur.

(a) Metið hlutfall pakka sem innihalda minna en 20 únsur.

---

<sup>1</sup>Tölurnar eru raunverulegar tölur úr námskeiði í línulegri algebra og tölfræði árið 2003. Há einkunn fyrir heimaverkefni var 9-10.

(b) Reiknið öryggismörk fyrir hlutfall pakka sem innihalda minna en 20 únsur.

4: Prófuð eru 100 fræ og niðurstaðan er sú, að 20 þeirra spíra. Reiknið 95% öryggismörk (spámörk) á fjöldann sem mun spíra ef 400 fræjum er plantað.

5: Skipting lækna eftir kyni og tegund stúdentsprófs. (Kaupmannahafnarháskóli, júní 1952 - janúar 1957).

Stúdentspróf	Karlar	Konur	Alls
Stærðfr.-náttúrufrd.	361	73	434
Máladeild	184	79	263
Alls	545	152	697

- Er skipting læknisfræðimenntunar eftir kynjum óháð tegund stúdentsprófs?
- Er marktækt frávik á kynhlutfalli meðal lækna frá væntanlega hlutfallinu 1:1?
- Er skipting lækna eftir tegund stúdentsprófs í samræmi við tilgátu þess efnis, að jafnmiklar líkur séu á að lækna hafi máladeildarstúdentspróf eins og að þeir hafi stærðfræði- eða náttúrufræðideildarstúdentspróf?

6: Í rannsókn á íslenskum körlum á vegum Hjartaverndar komu alls 74,6 % af 2955 boðuðum. Boðaðir karlar skiptust þannig eftir giftingarstétt og sýndu eftirfarandi mætingarprósentu:

	Boðaðir	Mættu %
Ókvæntir	443	49,2
Kvæntir	2327	81,1
Ekkjumenn	32	62,5
Fráskildir	153	50,3

- Er marktækur munur á ókvæntum og kvæntum í mætingarprósentu?
- Er marktækur munur á ekkjumönnum og fráskildum í mætingarprósentu?
- Er mætingarprósenta ekkjumanna og fráskildra frábrugðin mætingarprósentu kvæntra?

7: Eftirfarandi tölur um frjósemi kvenna eru frá Ástralíu árið 1961:

Aldur kvenna	Fjöldi kvenna 1961 sem		Alls
	áttu barn	áttu ekki barn	
29 ára	11471	51245	62716
30 ára	11543	59291	70834
Alls	23014	110536	13550

- Er marktækur munur á barnsfæðingartíðni eftir aldursflokkum?
- Finnið barnsfæðingartíðnina í hvorum aldursflokki fyrir sig og 99 % vikmörk hennar.

8: Körlum í tveimur aldurshópum var skipt í tvo hópa eftir því hvort kólesterólmagnið í blóði þeirra var yfir 260 mg/100 ml eða 260 mg/100 ml og lægra.

Kólesteról, mg/100 ml	Aldur manna		Samtals
	34 ára	61 árs	
260 eða lægra	101	53	154
yfir 260	40	34	74
Samtals	141	87	228

- a) Er marktækur munur á skiptingu aldursflokka á kólesterólflokka?  
b) Reiknið út tíðni (hlutfall) manna með yfir 260 mg/100 ml í hvorum aldursflokki fyrir sig og 95 % vikmörk fyrir þær tíðnitölur.

9: Eftirfarandi tölur sýna þunga 45 kvenna í fyrstu mæðraskoðun í kg:

54	59	64	49	43	46	80	50	75
55	70	60	65	46	50	56	60	66
84	76	70	73	77	67	61	51	56
67	78	53	74	56	61	62	68	54
57	68	58	62	69	59	62	64	63

- a) Reiknið meðalþunga kvennanna og staðalfrávik í þunga.  
b) Reiknið 99% öryggismörk (vikmörk, confidence limits) meðaltalsins.  
c) Finnið miðgildi (median) mælinganna (gott væri að reikna líka 95% öryggismörk þess en það er efni utan kaflans).  
d) Setjið upp tíðnitöflu (1 bil = 5 kg; fyrsta bil 40-44 kg, 2. bil 45-49 kg, o.s.frv.)  
e) Teiknið upp súlurit yfir tíðnina og teiknið inn á súluritið meðaltalið, miðgildið og öryggismörkin.

10: Eftirfarandi tafla gefur niðurstöður mælinga,  $y_i$  fyrir mismunandi hitastig ( $x_i$ ) í hitaskáp.

$i$	1	2	3	4	5	6
$x_i$	1	2	3	1	2	3
$y_i$	1	3	6	2	5	5

Er samband milli hitastigsins og mælinganna?

(Ekki var tekið fram, hvernig ætti að leysa dæmið – leysið það á fleiri en einn veg)

11: Notið gögnin um brjóstamjólki og greind barna til að kanna hvort marktækur munur sé á greindarvísitölu eftir flokkunum brjóstgjafar.

Group	n	$\bar{I}Q$	s
I	90	92.8	15.2
IIa	17	94.8	19.0
IIb	193	103.7	15.3

Athugið að margir myndu sleppa flokki IIa. Hvers vegna og hvernig er þá eðlilegt að prófa tilgátuna (hvaða tilgátu)?

**12:** Kyn (1=hængar, 2=hrygnur) og kynþroski (1=ókynþroska, 2=kynþroska) nokkurra þorska var skráð.

Kyn	Kynþroski	Kyn	Kynþroski
2	1	1	1
1	2	1	1
1	1	1	1
1	2	2	1
1	2	2	1
2	2	2	2
1	1	1	1
2	2	2	1
1	1	2	1
1	2	1	1
2	2	2	1
2	2	1	1
1	2	2	1
1	1	2	1
1	1	2	1
2	2	2	1
1	1	2	1
1	1	2	1
2	2	2	1
1	1	2	1
1	1	1	1

(a) Prófið núlltilgátuna að kynþroskahlutfall kynjanna sé hið sama á þeim stað og tíma sem sýnið var tekið.

(b) Prófið núlltilgátuna að kynjahlutfallið sé jafnt.

**13\*:** Til að prófa tilgátur um hlutföll eru gögn oft sett fram á töfluformi, t.d. hvort tilraunarhópur A og B gefa mismunandi svörun:

Svörun	Flokkur		Alls
	A	B	
J	a	c	a+c
N	b	d	b+d
Alls	a+b	c+d	N=a+b+c+d

en stundum eru notuð heldur almennari tákni,  $o_{ij}$  fyrir stökin í töflunni (með t.d.  $o_{21} = b$ ). Tilsvareandi væntigildi eru þá táknuð  $E_{ij}$  og við tökum eftir að prófun á því að dálkarnir tveir skiptist í sömu hlutföllum er prófun á, hvort hlutföllin  $p_1 = E_{11}$  er það sama og  $p_2 = E_{12}$ .

Til að prófa tilgátuna um að hlutföllin  $p_1$  og  $p_2$  séu þau sömu er gjarnan litið á tilsvareandi  $z$ -gildi sem farið hefur verið í ( $|z|$  borið saman við  $z_{1-\alpha/2}$ ).

Oft er talað um að gera  $\chi^2$ -próf á tíðnitöflunni og þá er reiknað

$$X^2 = \frac{N(ad - bc)^2}{(a + b)(c + d)(a + c)(b + d)}$$

og borið saman við  $\chi^2_{1,1-\alpha}$ .

Stundum er, fyrir  $l \times m$  töflur, notað almennt próf af gerðinni

$$\tilde{X}^2 = \sum_{i,j} \frac{(o_{ij} - e_{ij})^2}{e_{ij}}$$

og borið saman við  $\chi_{(l-1)(m-1), 1-\alpha}^2$ . Hér er  $e_{ij} = o_{i \cdot} o_{\cdot j} / N$  mat á tilsvareandi væntigildi miðað við að núlltilgátan sé rétt.

Sýnið að fyrir  $2 \times 2$  töflur er þetta allt sama prófið.