

# 08.71.14 Stærðfræðimynstur í tölvunarfræði

Upptökupróf  
Kennari: Hjálmtýr Hafsteinsson

22. ágúst, 2002  
kl. 13<sup>30</sup> – 16<sup>30</sup>

Öll dæmin hafa sama vægi. Aðeins þarf að leysa 5 dæmi af 6. Fimm bestu dæmin gilda. Öll skrifleg hjálpargögn og reiknivél leyfileg.

- Athugið að svar án rökstuðnings er einskis virði. Rökstyðjið því öll svör og munið að það er óþarfi að skrifa upp skilgreiningar sem eru í bókinni.

1. Þýðið eftirfarandi setningar yfir í yrðingar í umsagnarökfræði (e. quantified predicates).

- a) Það er nákvæmlega einn nemandi sem býr á Laugavegi.
- b) Enginn nemandi, nema Jón, er Vestfirðingur.
- c) Að minnsta kosti tveir nemendur eru Hafnfirðingar.
- d) Engir tveir nemendur búa í sömu götu.

2. Sannið eftirfarandi segð með þrepun:

$$(1 - 1/2) * (1 - 1/3) * \dots * (1 - 1/n) = 1/n$$

3. Mynda á 7 manna hóp með því að velja úr stærri hópi, sem inniheldur 8 karla og 6 konur.

- a) Hve marga 7 manna hópa er hægt að mynda með þessum 14 einstaklingum þar sem konurnar eru 4 en karlarnir eru 3?
- b) Hve marga 7 manna hópa er hægt að mynda með a.m.k. einum karli?
- c) Hve margir 7 manna hópar hafa í mesta lagi 3 konur?

4. Gefin eru venslin  $\{(2,3), (1,1), (2,1), (3,2), (3,3), (2,2)\}$  á mengið  $\{1, 2, 3, 4\}$ .

- a) Segið til um hvort venslin eru *i*) sjálfhverf (e. reflexive), *ii*) ósjálfhverf (e. irreflexive), *iii*) samhverf (e. symmetric), *iv*) andsamhverf (e. antisymmetric), *v*) ósamhverf (e. asymmetric) eða *vi*) gegnvirk (e. transitive). Rökstyðjið hvert svar.
- b) Hverju breytir það í *a*)-lið ef venslin eru á mengið  $\{1, 2, 3\}$ ?
- c) Hvernig breytist svarið við *a*)-lið ef stakið  $(2,3)$  er ekki í venslunum?

5. Stika í neti (e. graph) kallast *brú* (e. cut edge) ef netið slitnar í sundur ef hún er tekin burtu. Sannið að stika *e* er brú ef og aðeins ef hún er ekki á neinum einföldum hring í netinu.

6. Sýnið endanlegar stöðuvélar sem samþykkja eftirfarandi mál:

*a)* Allir bita strengir, þar sem þriðji bitinn er 0, nema þegar fjórði bitinn er 0.

*b)* Málið sem lýst er með reglulegu segðinni  $01^*(1 \cup 00)^* \cup (01)^*$ .