

08.71.14 Stærðfræðimynstur í tölvunarfræði

Upptökupróf
Kennari: Hjálmtýr Hafsteinsson

23. ágúst, 2003
kl. 13³⁰ – 16³⁰

Öll dæmin hafa sama vægi. Aðeins þarf að leysa 5 dæmi af 6. Fimm bestu dæmin gilda. Öll skrifleg hjálpargögn og reiknivél leyfileg.

- Athugið að svar án rökstuðnings er einskis virði. Rökstyðjið því öll svör og munið að það er óþarfi að skrifa upp skilgreiningar sem eru í bókinni.

1. Sýnið magnaðar rökyrðingar (e. quantified predicates) fyrir eftirfarandi setningum. Notið eingöngu rökyrðingarnar $F(x, y)$: "x og y eru frændur", $Y(x, y)$: "x er yngri en y", og $N(x)$: "x er nemandi".

- Allir nemendur eiga frænda sem er líka nemandi.
- Það er til nemandi sem er yngri en allir frændur hans.
- Jón á enga frændur sem eru eldri en hann.

2. Sannið eftirfarandi jöfnu með þrepun:

$$\sum_{i=n}^{2n} \frac{i}{3} = \frac{n^2 + n}{2}$$

- Hversu mörg mismunandi stefnunet (e. directed graphs) er hægt að búa til með hnútunum v_1, \dots, v_n ? Athugið að örvar mega ekki vera tvíteknar og netið þarf ekki að vera samhangandi.
 - Á pizzastað er hægt að fá 7 mismunandi álegg. Hversu margar tveggja pizzu pantanir er hægt að búa til, ef hægt er að setja hvaða hlutmengi sem er af áleggstegundunum á hvora pizzuna?
 - Í kennslubókinni kemur fram að fjöldi vensla á n -staka mengi er 2^{n^2} . Hversu mörg *samhverf* (e. symmetric) vensl eru til á n -staka mengi?
- Geta vensl verið **bæði** samhverf (e. symmetric) og ósamhverf (e. asymmetric)? En geta vensl verið **hvorki** samhverf né ósamhverf? Rökstyðjið svör ykkar.
 - Hvernig vensl eru bæði ósamhverf og andsamhverf (e. antisymmetric)? Lýsið eiginleikum þeirra almennt.

5. Segjum að það séu 8 lið í Norðurriðli og 7 lið í Suðurriðli. Er hægt að setja upp leikjaáætlun þannig að sérhvert lið spili nákvæmlega 5 leiki við lið í sama riðli og 2 leiki við lið í hinum riðlinum? Setjið verkefnið fram sem netafræðilegt (e. graph theory) verkefni og útskýrið svar ykkar út frá eiginleikum neta.

6. Gefið er málið sem skilgreint er með reglulegu segðinni $(0*10*10^*)^*$.
- a) Sýnið málfræði fyrir þetta mál.
 - b) Sýnið endanlega stöðuvél fyrir málið.