

# 08.71.14 Stærðfræðimynstur í tölvunarfræði

Upptökupróf  
Kennari: Hjálmtýr Hafsteinsson

18. ágúst, 2004  
kl. 9<sup>00</sup> – 12<sup>00</sup>

Öll dæmin hafa sama vægi. Aðeins þarf að leysa 5 dæmi af 6. Fimm bestu dæmin gilda. Öll skrifleg hjálpargögn og reiknivél leyfileg.

- Athugið að svar án rökstuðnings er einskis virði. Rökstyðjið því öll svör og munið að það er óþarfi að skrifa upp skilgreiningar sem eru í bókinni.

1. Sýnið eftirfarandi setningar sem magnaðar rökyrðingar (e. quantified predicates). Sýnið einnig neitun þeirra á sem einföldustu formi (þ.e. búið að "færa neitunina inni segðina"). Notið þær umsagnir (e. predicates) sem henta best í hverju tilfelli og tiltakið þær.

- a) "Enginn nemandi er ekki góður í rökfræði"
- b) "Það er framtala á milli sérhverrar heiltölu og tvöföldun hennar (þ.e. heiltölnnar)."
- c) "Það er til heiltala  $n$ , þannig að  $n > 0$  og fyrir allar heiltölur  $m > n$ , þá hefur sérhver margliðujafna  $p(x) = 0$  af gráðu  $m$  engar rauntölulausnir."

2. Sannið að fyrir sérhverja heiltölu  $a > 7$  gildir að  $a = 3i + 5j$ , þar sem  $i$  og  $j$  eru heiltölur og  $er \geq 0$ .

3. Í eftirfarandi liðum, sýnið hvernig þið komist að svarinu. Ekki þarf að reikna út allar tölur.

- a) Hver er fjöldi mismunandi 9 stafa heiltalna?
- b) Hver er fjöldi 9 stafa heiltalna þar sem engir tveir hliðstæðir tölustafir eru eins?
- c) Hver er fjöldi 9 stafa heiltalna sem hefur a.m.k. eitt þar hliðstæðra tölustafa sem er eins?
- d) Hversu margar 9 stafa heiltölur eru spegiltölur (e. palindromes), þ.e. eru eins aftur á bak og áfram?

4. Segið til um hvort eftirfarandi vensl eru *i*) sjálfhverf (e. reflexive), *ii*) ósjálfhverf (e. irreflexive), *iii*) samhverf (e. symmetric), *iv*) andsamhverf (e. antisymmetric), *v*) ósamhverf (e. asymmetric), eða *vi*) gegnvirk (e. transitive). Rökstyðjið hvert svar.

- a) Venslin  $R_1$  eru á heiltölnar og  $(x, y) \in R_1$  þþaa  $x - y$  er oddatala.
- b) Venslin  $R_2$  eru á mengi rökyrðinga og  $(x, y) \in R_2$  þþaa yrðingin  $x \rightarrow y$  sé sönn.
- c) Venslin  $R_3$  eru á mengið  $\{0, 1, 2\}$  og  $R_3 = \{ (0, 1), (1, 1), (0, 2) \}$

**5.** Gefin eru tvö  $n$ -hnúta net  $G$  og  $H$ . Gráðuruna hnúta nets er upptalning á gráðum (e. degree) hnútanna í lakkandi röð, t.d. 3, 3, 3, 2, 1. Ef netin  $G$  og  $H$  hafa sömu gráðurunu eru þau þá einsmóta (e. isomorphic)? Sýnið mótdæmi eða sannið að þá hljóti þau að vera einsmóta.

**6.** Gefið er málið  $L$ , sem inniheldur bitastrengi þar sem fjöldi 0-bita er ekki deilanlegur með 3.

*a)* Sýnið endanlega stöðuvél (e. finite automata) sem samþykkir  $L$ .

*b)* Sýnið reglulega málfræði fyrir  $L$ .