

# 08.71.14 Stærðfræðimynstur í tölvunarfræði

Lokapróf

Kennari: Hjálmtýr Hafsteinsson

20. desember, 2002

kl. 13<sup>30</sup> – 16<sup>30</sup>

Öll dæmin hafa sama vægi. Aðeins þarf að leysa 5 dæmi af 6. Fimm bestu dæmin gilda. Öll skrifleg hjálpargögn og reiknivél leyfileg.

- Athugið að svar án rökstuðnings er einskis virði. Rökstyðjið því öll svör og munið að það er óþarfi að skrifa upp skilgreiningar sem eru í bókinni.

1. Rökyrðingin  $\neg(\neg(p \rightarrow \neg q) \rightarrow (r \rightarrow (\neg s \rightarrow t))) \rightarrow u$  er aðeins ósönn fyrir ein tiltekin gildi á breytunum  $p, q, r, s, t$ , og  $u$ . Finnið þessi gildi án þess að nota sanntöflu (sanntaflan hefur 64 línur!), heldur umritið yrðinguna á form sem sýnir augljóslega hvaða sanngildi gera yrðinguna ósanna.
2. Gefnar eru umsagnirnar (e. predicates)  $S(x, y)$  : "Lið  $x$  sigraði lið  $y$ " og  $P(x, y)$  : "Lið  $x$  hefur spilað við lið  $y$ ". Notið þessar umsagnir til að búa til röksegðir í umsagnarrökfræði fyrir eftirfarandi setningum og neitun þeirra:
  - a) "Öll liðin hafa tapað a.m.k. einum leik"
  - b) "Liverpool hefur unnið nákvæmlega einn leik"
  - c) "Það er til lið sem hefur unnið öll hin liðin"
3. Munið (úr kafla 4.4) að líkur á atburði er fjöldi niðurstaða sem uppfylla skilyrðin / (*deilt með*) fjölda mögulegra niðurstaða. Draga á fjögur spil úr 52-spila bunka.
  - a) Hverjar eru líkurnar á því að öll fjögur spilin séu lauf?
  - b) Hverjar eru líkurnar á því að ekkert af spilunum fjórum sé lauf?
  - c) Hverjar eru líkurnar á því að öll fjögur spilin séu af mismunandi lit (þ.e. hjarta, spaði, tígull og lauf)?
4.
  - a) Ef það er hægt, sýnið þá ein vensl sem eru hvorki sjálfhverf (e. reflexive), andsjálfhverf (e. irreflexive), samhverf (e. symmetric), né andsamhverf (e. antisymmetric). Rökstyðjið annað hvort að venslin sem þið sýnið hafi engan af ofantöldum eiginleikum eða rökstyðjið að ekki sé hægt að búa til slík vensl.
  - b) Hægt er að líta á föll sem eina gerð af venslum. Geta slík "falls"-vensl líka verið *i*) sjálfhverf, *ii*) samhverf eða *iii*) gegnvirk (e. transitive) án þess að brjóta gegn falls-eiginleikanum? Rökstyðjið hvern lið fyrir sig.

5. Í þessu dæmi er verið að vinna með almenn tré, ekki endilega með sérstakri rót.
- Ef fjöldi hnúta í trénu er 6 getur þá talnaröðin 1, 3, 3, 1, 1, 1 verið listi yfir gráður (e. degree) hnútanna sex? Ef svo er sýnið þá tréð, annars tilgreinið ástæðuna fyrir því að þetta er ekki mögulegt.
  - Hver er minnsti **og** mesti fjöldi hnúta með gráðuna 1 í  $n$ -hnúta almennu tré? Teiknið þessi tré og rökstyðjið svar ykkar.
  - Hvernig líta þau tré út sem hafa Hamilton **veg**? Réttlætið þau skilyrði sem slík tré þurfa að uppfylla.
6. Sýnið *i*) málfræðir **og** *ii*) endanlegar stöðuvélar fyrir eftirfarandi mál. Málfræðirnar mega vera af hvaða gerð sem er (þ.e. gerð 0, gerð 1, o.s.frv.) og stöðuvélarinnar mega vera briðgengar (e. nondeterministic).
- Allir bitastrengir sem ekki **enda á** "01".
  - Allir bitastrengir sem ekki **byrja á** "01".