

09.12.14 Stærðfræðimynstur í tölvunarfræði

Lokapróf

9. desember 1995
kl. 14⁰⁰-18⁰⁰

Öll dæmin hafa sama vægi. Einungis þarf að svara 6 dæmum af 7. Bestu 6 svörin gilda. Öll skrifleg hjálpargögn leyfileg.

1. Hér að neðan eru nokkrar setningar ásamt tillögu að neitun þeirra. Segið í hverju tilfalli hvort neitunin sem stungið er uppá sé rétt neitun, og ef svo er ekki sýnið þá réttu neitunina. (Þið þurfið ekki að skipta ykkur af sanngildi setninganna sjálfra).

- Setning:* Fyrir allar rauntölur x, y , ef $x^2 > y^2$ þá $x > y$.
"Neitun": Það eru til rauntölur x, y , þannig að $x^2 > y^2$, en $x < y$.
- Setning:* Það eru til rauntölur x, y , þannig að x og y eru ræðar, en $x+y$ er óræð.
"Neitun": Fyrir allar rauntölur x, y , ef $x+y$ er ræð tala, þá eru bæði x og y ræðar líka.
- Setning:* Það eru til oddatölur i, j , þannig að $i*j$ er oddatala.
"Neitun": Margfeldi sérhverra oddatalna er oddatala.
- Setning:* Margfeldi ræðrar tölu með sjálfri sér er ræð tala.
"Neitun": Það er til rauntala x , þannig að ef x er óræð, þá er x^2 óræð.

2. Sannið með þrepun að 6 gangi uppí $(n^3 + 5n)$ fyrir $n \geq 1$.

3. Níu manns eru samankomin í veislu. Það eru þau Ari, Björg, Davíð, Elín, Friðrik, Guðrún, Haraldur, Inga og Jón. Á hve marga vegu er hægt að raða fimm þeirra upp fyrir myndatöku ef

- Guðrún verður að vera með?
- Hvorki Björg né Inga eru með á myndinni?
- Ari og Elín eru á myndinni og verða að vera hlið við hlið?
- Guðrún og Friðrik eru á myndinni, en geta ekki verið hlið við hlið?
- Jón og Haraldur eru báðir með, en Jón verður að vera vinstra megin við Harald?

Athugið að einstakir liðir dæmisins eru óháðir hver öðrum. Útskýrið útreikninga í hverjum lið með örfáum orðum.

4. Sýnið dæmi um vensl á mengið $\{a, b, c\}$ sem hafa eftirtalda eiginleika, ef slík vensl eru til, annars útskýrið þið hvers vegna ekki er hægt að búa til þannig vensl.

- Sjálfhverf (*reflexive*), ekki ósamhverf (*asymmetric*), og ekki gegnvirk (*transitive*).
- Sjálfhverf, ósjálfhverf (*irreflexive*), andsamhverf (*antisymmetric*) og gegnvirk.
- EKKI sjálfhverf, ekki ósjálfhverf, samhverf (*symmetric*), andsamhverf, ekki gegnvirk.

d) Hringvirk (*circular*), ekki samhverf, ekki ósamhverf.

5. a) Fyrir eftirfarandi talnarunur segið hvort til sé graf þar sem hnútarnir hafa þessar gráður. Sýnið dæmi um slíkt graf ef það er til, annars segið þið hvers vegna það er ekki til.

i) 0, 1, 1, 2

ii) 3, 2, 2, 3, 2

iii) 4, 2, 3, 2, 2

b) Eru einhver af gröfunum úr a)-lið tvíflokkar (bipartite)? Ef svo er ekki, getið þið þá búið til önnur dæmi með sama gráðufjölda sem eru tvíflokkar?

6. Fjórir piltar, Ari, Björn, Davíð og Einar, taka eftir því að þeir vinna eingöngu í Lottó þegar i) Ari og Björn spila báðir með, auk annars hvort hinna (eða beggja), ii) sömuleiðis þegar Davíð er ekki með, en Einar er með, auk annars hvors hinna (eða beggja), iii) þeir vinna alltaf þegar Björn spilar einn og iv) einnig þegar Davíð og Einar spila báðir, án Ara, sama hvort Björn er með eða ekki.

a) Setjið þessar upplýsingar upp í sanntöflu með með nöfn piltanna sem breytur 4.

b) Sýnið Boole-segð fyrir upplýsingarnar.

c) Einfaldið segðina með Karnaugh-korti.

d) Einfaldið meira ef þið getið og sýnið rökrás fyrir einfölduðu segðina.

7. Sýnið endanlega stöðuvél sem les inn bitastrengi og hefur úttakið 1 þegar lesnir hafa verið inn **nákvæmlega** tveir 1-bitar í inntakinu, en 0 annars (þ.e., færri en tveir 1-bitar lesnir inn, eða fleiri en tveir). Sýnið bæði stöðutöflu fyrir vélina og vélina teiknaða upp sem graf.