08.71.23/24 Tölvunarfræði 2/2a

Lokapróf **7. maí, 2005**

Kennarar: Anna Ingólfsdóttir og Hjálmtýr Hafsteinsson **kl. 9^{00} – 12^{00}**

Öll dæmin hafa sama vægi. ***Aðeins þarf að leysa 5 dæmi af 6. Fimm bestu dæmin gilda.***

Öll skrifleg hjálpargögn og reiknivél leyfð.

- Athugið að þegar beðið er um að "Lýsa" eða "Sýna" þá er nóg að gera það í orðum og með teikningum. Ef þið eigið að skrifa C++ kóda þá er beðið um það sérstaklega.
- Rökstyðjið öll svör og munið að það er óþarfi að skrifa upp skilgreiningar sem eru í bókinni.

1. Þið eigið að skrifa í C++ fallið `MaxIncrSeq`, sem fær inn bendi á hnút í eintengdum hringtengdum lista. Fallið finnur lengd lengstu hækkunarrunu í listanum og skilar því gldi. Hækkunarruna er hér lengsta runa hækkandi aðliggjandi gilda. Til dæmis ef listinn er 14, 12, 8, 5, 10 þá er lengsta hækkunarrunan 5, 10, 14. Hér að neðan er haus fallsins:

```
int MaxIncrSeq( node *h )
```

Útskýrið fallið ykkar vel með athugasemdum og teikningum, og munið að taka á öllum sértilfellum sem geta komið upp.

2. Skrifið endurkvæmt fall í C++ sem reiknar hlutsummur fyrir *þríundartré* (e. ternary tree). Fallið fær inn bendi á rót trésins og skilar heildarsummu allrar hnúta trésins, en setur jafnframt í sérstakt svið í hverjum hnúti hlutsummu (e. partial sum) þess hluttrés (þ.e. summu hnútarins og allra niðja hans). Hnútur í þríundartréi er skilgreindur hér að neðan:

```
struct tnode {
  int item;
  int psum;
  tnode *l, *m, *r;
}
```

Hér inniheldur `item` gildi hnútarins, `psum` inniheldur hlutsummuna (eftir útreikning) og sviðin `l`, `m` og `r` benda á (allt að) þrjú börn hnútarins.

3. Látum A vera mengi og < vera röðun á A. Við skilgreinum tvíundartré eins og í kennsluheftinu um endurkvæmar skilgreiningar og tvíleitartré sem röðuð tvíundartré (e. ordered binary tree) í sama hefti; við köllum mengi tvíleitartrjáa yfir A $TLT(A)$.

a) Gerum ráð fyrir að mengið A hér að ofan sé mengi náttúrulegra talna (ásamt núlli). Hvað gerir eftirfarandi fall:

$$F(\Lambda) = 0$$

$$F(\langle a, (T_1, T_2)\rangle) = F(T_1) + a + F(T_2)$$

b) Skilgreinið fall $F: TLT(A) \rightarrow TLT(A)$, sem tekur tvíleitartré sem inntak og skilar tvíleitartré þar sem búið er að fjarlægja minnsta stakið. Fallið á að skila villu ef inntakið er tómt tré.

4. Helsta vandamálið í Quicksort er hvernig velja á vendistak (e. partitioning element). Segið í hverju tilfelli hvað verður um stöðugleika (e. stable) og tímaflækju Quicksort ef við getum valið vendistakið á eftirfarandi vegu:

a) Höfum aðgerð sem skilar miðgildi n-staka lista á O(1) tíma án þess að færa stökin til.

b) Höfum aðgerð sem skilar miðgildi n-staka lista á O(n) tíma án þess að færa stökin til.

c) Notum Valröðun (e. selection sort) til að raða hálfum listanum og finnum þannig miðgildið.

5. Sannið eða afsannið eftirfarandi fullyrðingu: k-ta stærsta stakið í hrúgu (e. heap) er aldrei lengra en $\log_2(k)$ frá rót hrúgunnar.

6. *a)* Setjið eftirfarandi stök í þessari röð inní tvíleitartré (e. binary search tree) sem er tómt í upphafi: 1, 25, 20, 15, 10, 5. Hver er hæð þessa trés?

b) Breytið lögun trésins úr a)-lið með snúningum (e. rotations) þannig að það verði eins lágt og mögulegt er fyrir 6-staka tvíleitartré. Takið fram alla snúninga sem þið framkvæmið. [Vísbending: Byrjið á að velja hvað stak þið viljið sem rót.]