Línuleg tölfræðilíkön (09.15.46)

Vikublað 1

1: Lítið á aðhvarfsgreiningarlíkanið $Y_i = \beta x_i$ með óháðar normaldreifðar hendingar Y_i. Finnið sennileikametilinn fyrir β ef gert er ráð fyrir $V[Y_i] = \sigma^2$.

2: Endurtakið ef $V[Y_i] = \sigma^2 x_i$.

3: Endurtakið ef $V[Y_i] = \sigma^2 x_i^2$.

4: Endurtakið ef $V[Y_i] = \sigma^2 x_i^\gamma$. Hvernig væri hægt að meta γ?

5: Gerið einfalda aðhvarfsgreiningu $y = \alpha + \beta x$ **í höndunum** , hvert með sínum gögnum eins og gefið er hér fyrir neðan. Gerið þetta með því að setja upp í höndunum töflu með x_i, y_i, $x_i - \bar{x}$, $y_i - \bar{y}$ ásamt tilheyrandi kvaðrötum og krossmargfeldum. **Þessar niðurstöður verða notaðar í næsta dæmatíma**

6: Notið R til að herma $n = 10$ normaldreifðar mælingar á línunni $y = \alpha + \beta x$ með $x_i = i$ og $i = 1, \ldots, 10$, með staðalfráviki $\sigma = 2$. Festið $\alpha = 2$ og $\beta = 3$ og finnið minnsta kvaðrata mað á báðum stikunum.

7: Endurtakið (6) 20 sinnum, takið í hverri keyrslu mat á hallastuðli og gerið stuðlarit sem lýsir dreifingu hallastuðlamatsins.

Notið R til að leysa dæmi úr bók, kafla 1: 1.21, 1.27, 1.28

English version

1: Consider the regression model $Y_i = \beta x_i$ with independent Gaussian random variables, Y_i. Find the maximum likelihood estimator (MLE) for β under the assumption $V[Y_i] = \sigma^2$.

2: Repeat for $V[Y_i] = \sigma^2 x_i$.

3: Repeat for $V[Y_i] = \sigma^2 x_i^2$.

4: Repeat for $V[Y_i] = \sigma^2 x_i^\gamma$. Suggest an estimation method for γ?

5 : Do a simple linear regression $y = \alpha + \beta x$ **by hand** using separate measurements given to each student, as indicated below. Implement this by setting up by hand a table with x_i, y_i, $x_i - \bar{x}$, $y_i - \bar{y}$ along with corresponding squares and cross products. **These results will be used in the Friday class**.

6: Use R to simulate $n = 10$ measurements from a normal distribution around the line $y = \alpha + \beta x$ for $x_i = i$ where $i = 1, \ldots, 10$, with standard deviation $\sigma = 2$. Fix $\alpha = 2$ and $\beta = 3$ and compute the least squares estimates of the parameters.

7: Repeat (6) 20 times, obtain in each run an estimate of the slope and draw a histogram which describes the distribution of the slope estimate.

Use R to solve exercises from the book, chapter 1: 1.21, 1.27, 1.28

5: Gögn (data)

```
Anna             Gunnar            Matthías           Úlfar
      x   y            x   y             x   y              x   y
 [1,] 9 7.3       [1,] 8 5.4        [1,] 5 4.9         [1,] 4 3.5
 [2,] 3 2.7       [2,] 4 5.3        [2,] 1 1.8         [2,] 2 2.5
 [3,] 0 1.9       [3,] 4 3.5        [3,] 7 6.3         [3,] 6 5.6
 [4,] 4 3.6       [4,] 9 5.6        [4,] 2 3.8         [4,] 8 7.9
 [5,] 7 8.1       [5,] 9 4.7        [5,] 3 4.0         [5,] 9 5.8
 [6,] 4 3.3       [6,] 5 4.1        [6,] 3 3.2         [6,] 3 2.3
 [7,] 0 2.4       [7,] 8 4.1        [7,] 6 6.0         [7,] 8 7.3
 [8,] 2 3.2       [8,] 2 4.4        [8,] 0 1.6         [8,] 7 4.9
 [9,] 6 6.4       [9,] 4 4.0        [9,] 6 4.1         [9,] 5 4.1
[10,] 1 2.9      [10,] 9 5.9       [10,] 0 2.6        [10,] 3 2.8              [

Arnar            Hólmfríður       Snæbjörn
      x   y            x   y            x   y
 [1,] 5 4.3       [1,] 7 6.8       [1,] 8 7.9
 [2,] 5 4.3       [2,] 9 7.0       [2,] 1 3.7
 [3,] 0 1.5       [3,] 0 3.6       [3,] 1 4.4
 [4,] 9 7.8       [4,] 8 6.0       [4,] 9 6.9
 [5,] 0 1.6       [5,] 4 3.8       [5,] 1 2.5
 [6,] 6 5.2       [6,] 8 5.1       [6,] 2 1.3
 [7,] 9 6.0       [7,] 5 4.2       [7,] 9 6.7
 [8,] 0 1.5       [8,] 7 4.3       [8,] 3 3.0
 [9,] 3 2.8       [9,] 0 3.5       [9,] 4 3.6
[10,] 1 4.4      [10,] 7 4.8      [10,] 3 4.7

Bjarki            Linghao         Unnar
      x   y            x   y            x   y
 [1,] 7 4.8       [1,] 4 3.5       [1,] 0 1.6
 [2,] 5 4.3       [2,] 2 4.4       [2,] 3 2.1
 [3,] 9 6.7       [3,] 7 5.5       [3,] 6 5.1
 [4,] 2 3.9       [4,] 1 4.8       [4,] 7 7.2
 [5,] 3 4.3       [5,] 3 3.1       [5,] 6 5.4
 [6,] 4 4.5       [6,] 4 3.0       [6,] 0 3.5
 [7,] 2 1.6       [7,] 7 7.8       [7,] 9 6.4
 [8,] 0 2.7       [8,] 0 2.7       [8,] 1 2.8
 [9,] 7 5.9       [9,] 1 3.2       [9,] 9 6.4
[10,] 4 6.4       10,] 7 5.1      [10,] 1 1.9
```